

## КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

*Колебания* – процессы в той или иной мере повторяющиеся с течением времени.

*Колебательная система* – совокупность объектов (тел), с которыми происходят колебания.

*Положение равновесия* – состояние колебательной системы, в котором она может находиться сколь угодно долго без внешних воздействий.

*Число степеней свободы* – число независимых функций времени, с помощью которых можно однозначно определить изменение состояния колебательной системы.

*Смещение* – физическая величина, характеризующая отклонение (отличие) колебательной системы от положения равновесия.

*Свободные колебания* – колебания, происходящие без переменного внешнего воздействия в результате начального отклонения системы от положения равновесия.

*Периодические колебания* – колебания, при которых значения всех физических величин, характеризующих колебательную систему, повторяются через равные промежутки времени. Колебания, для которых смещение является периодической функцией времени.

*Полное колебание* – процесс, при котором система переходит из какого-нибудь состояния через другие состояния и возвращается в исходное состояние.

*Период колебаний* – наименьший промежуток времени, через который полностью повторяется состояние колебательной системы. Отношение времени колебаний к соответствующему числу полных колебаний.

*Частота колебаний* – отношение числа полных колебаний к соответствующему промежутку времени. Число полных колебаний, совершаемых за единицу времени.

*Гармонические колебания* – колебания, для которых смещение зависит от времени по закону синуса или косинуса.

*Амплитуда* – максимальное значение смещения.

Уравнение гармонического колебательного движения

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad s = A \sin(\omega_0 t + \varphi_1),$$

где  $s$  – смещение колеблющейся величины от положения равновесия (рисунок 1);  $A$  – амплитуда (максимальное значение смещения);  $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$  – собственная круговая (циклическая) частота;  $t$  – текущее время;  $\varphi_0$  – начальная фаза;  $\varphi_1 = \varphi_0 + \pi/2$ ;  $T$  – период колебаний;  $\nu$  – частота колебаний.

Связь между периодом и частотой колебаний

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Скорость точки, совершающей колебания (проекция на ось движения),

$$v_s = \frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

и ее ускорение (проекция на ось движения)

$$a_s = \frac{dv_s}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi).$$

Амплитуда (максимальное значение) первой производной от смещения ("скорости" колебаний)

$$A' = \omega_0 A.$$

Амплитуда (максимальное значение) второй производной от смещения ("ускорения" колебаний)

$$A'' = \omega_0^2 A.$$

Начальная фаза первой производной от смещения

$$\varphi_0 + \frac{\pi}{2}.$$

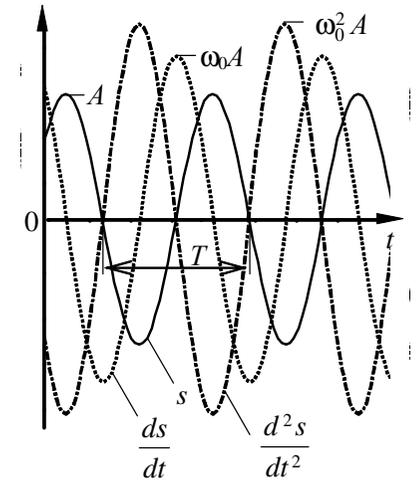


Рисунок 1 – График гармонических колебаний

Начальная фаза второй производной от смещения

$$\varphi_0 + \pi.$$

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0.$$

Сила (проекция на ось движения), под действием которой тело массой  $m$  совершает гармонические колебания,

$$F_s = ma_s = m \frac{d^2s}{dt^2} = -m A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -ks,$$

где  $k = m\omega_0^2$  – коэффициент упругой или квазиупругой силы.

*Пружинный маятник* – груз, соединенный с абсолютно упругой пружиной и совершающий колебания под действием упругой силы.

Период колебаний точки, совершающей колебания под действием упругой силы (пружинного маятника),

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

*Математический маятник* – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити, и совершающая колебания под действием силы тяжести.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где  $l$  – длина маятника;  $g$  – ускорение свободного падения.

*Физический маятник* – твердое тело, закрепленное на неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс, и совершающее колебания под действием силы тяжести.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L_{пр}}{g}},$$

где  $J$  – момент инерции маятника относительно его оси вращения;  $m$  – масса маятника;  $l$  – расстояние от оси вращения до

центра тяжести;  $L_{пр} = \frac{J}{ml}$  – приведенная длина физического маятника.

*Приведенная длина физического маятника* – длина математического маятника, частота колебаний которого равна частоте колебаний рассматриваемого физического маятника.

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + ma^2,$$

где  $J_0$  – момент инерции маятника относительно оси параллельной оси вращения и проходящей через центр масс;  $a$  – расстояние между этими осями.

Момент инерции составного тела

$$J = \sum_{i=1}^N J_i,$$

где  $J_i$  – момент инерции части (элемента) тела с номером  $i$ ;  $N$  – количество частей, из которых состоит тело.

Моменты инерции простых тел:

Материальная точка .....  $J_0 = mR^2$ .

Тонкий диск (рисунок 2, а) .....  $J_0 = 1/2mR^2$ .

Шар (рисунок 2, б) .....  $J_0 = 2/5mR^2$ .

Тонкий стержень (рисунок 2, в) ...  $J_0 = 1/3ml^2$ .

Тонкий стержень (рисунок 2, г) ...  $J_0 = 1/12 ml^2$ .

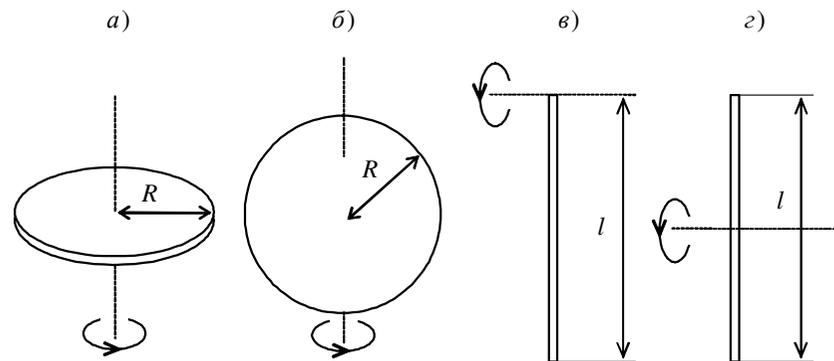


Рисунок 2 – Простые тела, используемые в качестве элементов физических маятников

Кинетическая энергия тела, участвующего в механических колебаниях,

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

;

потенциальная энергия

$$W_p = \frac{ks^2}{2} = \frac{mA\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Полная энергия механических колебаний (рисунок 3)

$$W = W_k + W_p = \frac{mA\omega_0^2}{2}$$

Электрический колебательный контур (колебательный контур) – цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности.

Период колебаний в идеальном колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где  $L$  – индуктивность катушки;  $C$  – емкость конденсатора.

Энергия электрического поля в конденсаторе при электромагнитных колебаниях в контуре

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Lq_{\max}^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $q$  – заряд на обкладке конденсатора;  $q_{\max}$  – его максимальное значение.

Энергия магнитного поля в катушке при электромагнитных колебаниях в контуре

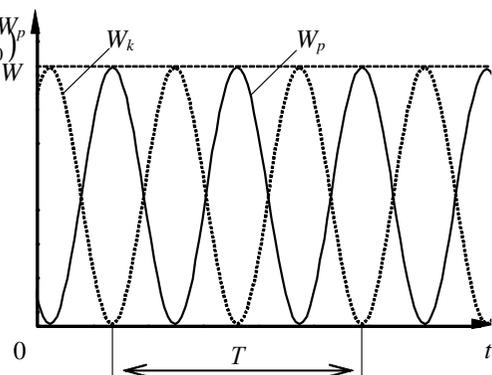


Рисунок 3 – Энергия точки при гармонических колебаниях

$$W_m = \frac{Li^2}{2} = \frac{Lq_{\max}^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $i$  – сила тока в контуре.

Полная энергия электромагнитных колебаний

$$W = W_{эл} + W_m = \frac{Lq_{\max}^2 \omega_0^2}{2}$$

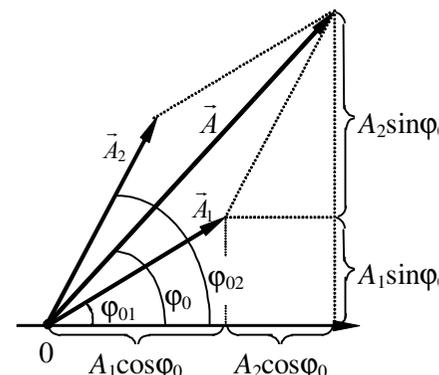


Рисунок 4 – Сложение колебаний одинакового направления

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты (рисунок 4) получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

и с начальной фазой

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}},$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды складываемых колебаний;  $\varphi_{01}$  и  $\varphi_{02}$  – их начальные фазы.

Квазигармонические колебания – колебания, которые практически не отличаются от гармонических на протяжении времени, не намного превышающем период.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с близкими частотами получается квазигармоническое колебание, так называемые, биения (рисунок 5). Уравнение биений (при равных амплитудах складываемых колебаний)

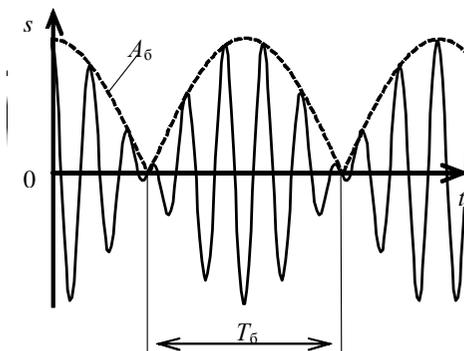


Рисунок 5 – График биений. Пунктирная линия – изменение амплитуды биений

$$s = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos(\omega t),$$

где  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \ll \omega$  – разность частот колебаний;  $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$  – частоты складываемых колебаний.

*Биения* – квазигармонические колебания, для которых амплитуда является медленной периодической функцией времени.

Амплитуда и период биений (период относительно медленного изменения амплитуды квазигармонических колебаний), образующихся при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и близкими частотами,

$$A_{\text{б}} = 2A \left| \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \right|, \quad T_{\text{б}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний с близкими частотами и различными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ , амплитуда биений периодически изменяется от минимального значения

$$A_{\text{min}} = |A_2 - A_1|,$$

до максимального значения

$$A_{\text{max}} = A_2 + A_1.$$

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний (вдоль осей  $x$  и  $y$ ) одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид (рисунок 6;  $x^* = A_1|\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})|$ ,  $y^* = A_2|\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01})|$ ):

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

*Затухающие колебания* – квазигармонические колебания, для которых амплитуда монотонно уменьшается с течением времени.

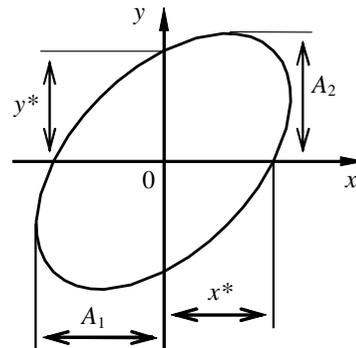


Рисунок 6 – Траектория движения точки при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода

*Время релаксации* – интервал времени, за который амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз.

*Коэффициент затухания* – величина, обратная времени релаксации.

*Декремент затухания* – отношение амплитуд колебаний, разделенных интервалом времени, равном одному периоду.

*Добротность* (колебательной системы) – отношение энергии, запасенной в колебательной системе к средней ее потере за интервал времени, в течение которого фаза колебаний изменяется на 1 радиан.

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0,$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания. Для колебаний груза на пружине  $\beta = \frac{r}{2m}$ , для электромагнитных колебаний в контуре –

$\beta = \frac{R}{2L}$ , где  $r$  – коэффициент сопротивления,  $R$  – активное сопротивление контура.

Условие существования затухающих колебаний

$$\beta < \omega_0,$$

Уравнение затухающих колебаний (рисунок 7)

$$s = A_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $A_0$  – начальное значение амплитуды колебаний;  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – циклическая частота затухающих колебаний.

Амплитуда затухающих колебаний

$$A = A_0 \exp(-\beta t).$$

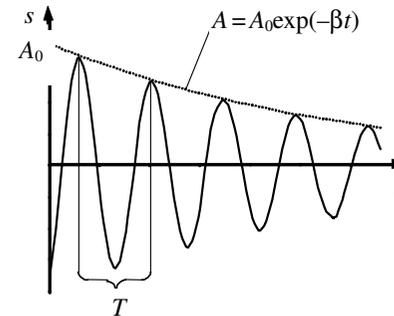


Рисунок 7 – График затухающих колебаний

Логарифмический декремент затухания (определяющее уравнение)

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}$$

Связь логарифмического декремента затухания с периодом квазигармонических затухающих колебаний

$$\theta = \beta T$$

Условие слабозатухающих колебаний

$$\beta \ll \omega_0$$

Добротность колебательной системы (определяющее уравнение)

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_1} = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T}$$

где  $W$  – энергия, запасенная в системе в данный момент времени;  $\Delta W_1$  – средняя потеря энергии за время, в течение которого фаза колебаний увеличивается на один радиан;  $\Delta W_T$  – средняя потеря энергии за один период.

Связь добротности с другими параметрами квазигармонических слабозатухающих колебаний

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e$$

где  $N_e$  – число полных колебаний, соответствующее времени уменьшения амплитуды в  $e$  раз.

Для слабозатухающих колебаний груза на пружине  $Q = \frac{1}{r} \sqrt{km}$ ; для электрического контура  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  (величина

$R_b = \sqrt{\frac{L}{C}}$  называется волновым сопротивлением).

При  $\omega_0 \leq \beta$  имеет место аperiodическое затухание (рисунок 8).

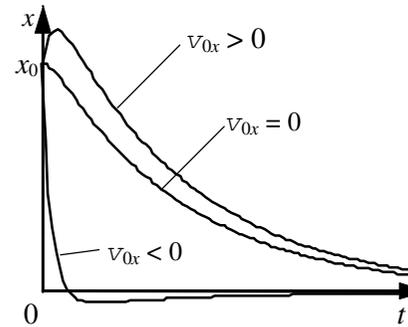


Рисунок 8 – Аperiodическое затухание

*Вынужденные колебания* – колебания, происходящие в результате внешнего периодического воздействия.

*Резонанс* – резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешнего воздействия к резонансной частоте.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\beta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = f_m \cos \Omega t$$

где  $f_m$  – амплитудная характеристика периодического внешнего воздействия;  $\Omega$  – его циклическая частота. Для колебаний груза на пружине  $f_m = \frac{F_m}{m}$ , для электромагнитных колебаний в

контуре  $f_m = \frac{U_m}{L}$ , где  $F_m$  – амплитуда внешней силы;  $U_m$  – амплитуда напряжения генератора.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний:

$$s = A \cos(\Omega t - \varphi)$$

где  $A$  – амплитуда вынужденных колебаний (рисунок 9);  $\varphi$  – разность фаз между периодическим внешним воздействием и смещением.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$$

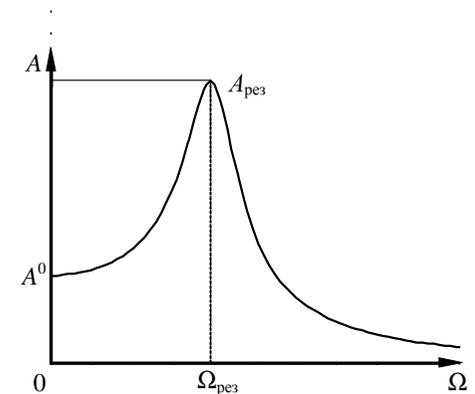
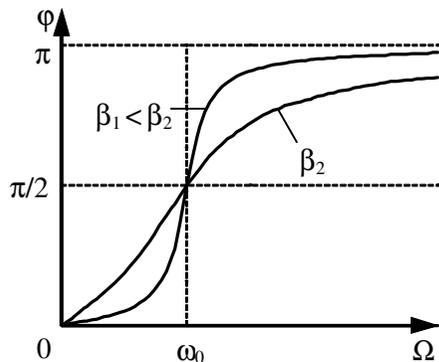


Рисунок 9 – Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия

Разность фаз между периодическим внешним воздействием и смещением (рисунок 10)



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

*Первая резонансная частота* – частота внешнего воздействия, для которой достигается максимум амплитуды смещения вынужденных колебаний.

Первая резонансная частота (частота внешнего воздействия, при которой амплитуда вынужденных колебаний принимает максимальное значение)

$$\Omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Связь резонансной амплитуды смещения (амплитуды для первой резонансной частоты  $A_{\text{рез}}$ ) и амплитуды при нулевой частоте  $A^0$

$$\frac{A_{\text{рез}}}{A^0} = Q.$$

Амплитуда "скорости" при вынужденных колебаниях (рисунок 11)

$$A' = \frac{f_m}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{\Omega}\right)^2 + 4\beta^2}}.$$

Связь добротности с шириной резонансной кривой

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\Omega},$$

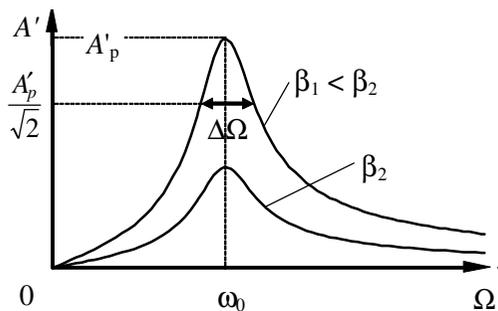


Рисунок 11 – Зависимость амплитуды "скорости" вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия

где  $\Delta\Omega$  – ширина кривой на уровне  $\frac{A'_p}{\sqrt{2}}$ ;  $A'_p$  – максимальное значение амплитуды "скорости" (см. рисунок 11).

Разность фаз между периодическим внешним воздействием и "скоростью" смещения (рисунок 12)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Omega^2 - \omega_0^2}{2\beta\Omega}.$$

*Вторая резонансная частота* – частота внешнего воздействия, для которой достигается максимум амплитуды скорости смещения вынужденных колебаний.

Вторая резонансная частота совпадает с собственной частотой незатухающих гармонических колебаний ( $\omega_0$ ).

Условие квазистационарности переменного тока:

$$l \ll \frac{c}{\nu},$$

где  $l$  – характерная длина электрической цепи;  $c$  – скорость света в вакууме;  $\nu$  – частота.

Зависимости мгновенных значений напряжений на резисторе ( $u_R$ ), на конденсаторе ( $u_C$ ) и на катушке ( $u_L$ ), а также силы тока ( $i$ ) в цепи от времени:

$$u_R = U_{Rm} \cos(\omega t + \varphi_0); \quad u_C = U_{Cm} \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$u_L = U_{Lm} \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right); \quad i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Связь амплитуды напряжения на резисторе и амплитуды силы тока:

$$U_{Rm} = RI_m.$$

Связь амплитуды напряжения на конденсаторе и амплитуды силы тока:

$$U_{Cm} = \frac{I_m}{\omega C}.$$

Связь амплитуды напряжения на катушке и амплитуды силы тока:

$$U_{Lm} = \omega L I_m.$$

Связь между амплитудами и фазами напряжений и силы тока наглядно представляется на диаграмме напряжений переменного тока (рисунок 13).

Емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L.$$

Полное сопротивление цепи переменного тока

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Закон Ома для переменного тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

где  $I_m$  и  $U_m$  – амплитудные значения силы тока и напряжения;  $\omega$  – циклическая частота переменного тока.

Сдвиг фаз между напряжением и силой переменного тока

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Связь амплитуд напряжений при резонансе для переменного тока

$$U_{Cm} = U_{Lm} = QU_{Rm} = QU_m.$$

Связь амплитуд напряжений и силы тока при резонансе

$$U_{Cm} = U_{Lm} = R_b I_m.$$

*Автоколебания* – незатухающие колебания в диссипативной нелинейной системе, поддерживаемые внешним постоянным источником энергии.

*Параметрический резонанс* – увеличение амплитуды колебаний при периодическом изменении параметров тех элементов колебательной системы, в которых сосредотачивается энергия колебаний.

*Накачка* – изменение параметров колебательной системы, сопровождающееся положительной работой внешних сил.

Период накачки при параметрическом резонансе

$$T_n \approx n \frac{T}{2},$$

где  $T$  – среднее значение периода колебаний;  $n = 1, 2, \dots$

*Упругие волны* – процесс распространения упругих колебаний в сплошной среде.

*Фронт волны* – геометрическая поверхность, разделяющая область пространства, где колебания происходят и область где они не происходят.

*Волновая поверхность* – геометрическая поверхность, в точках которой колебания в данный момент времени происходят в одинаковой фазе.

*Плоские волны* – волны, для которых волновые поверхности являются параллельными плоскостями.

*Сферические волны* – волны, для которых волновые поверхности являются концентрическими сферами.

*Направление волны* – направление движения волновой поверхности.

*Продольные волны* – волны, для которых колебания происходят в направлении параллельном направлению их распространения.

*Поперечные волны* – волны, для которых направление колебаний перпендикулярно направлению их распространения.

*Гармонические волны* – волны, для которых смещение зависит от времени и координат по закону синуса или косинуса.

*Длина волны* – расстояние вдоль направления волны между двумя точками, фазы колебаний в которых отличаются на  $2\pi$ .

*Фазовая скорость волны* – скорость перемещения волновой поверхности.

Уравнение плоской (одномерной) бегущей гармонической волны (рисунок 14)

$$s = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где  $s$  – смещение колеблющихся точек;  $A$  – амплитуда (максимальное значение смещения);  $\omega$  – круговая частота;  $t$  – время;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны;  $x$  – координата точки;  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Уравнение плоской гармонической волны, распространяющейся в произвольном направлении,

$$s = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = A \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0),$$

где  $\vec{k}$  – волновой вектор (по модулю равный волновому числу и определяющий направление распространения волны).

Фазовая скорость волны

$$v_\phi = \omega/k = \lambda/T.$$

Волновое уравнение в трехмерном случае

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v_\phi^2 \Delta s,$$

где  $\Delta s$  – оператор Лапласа от смещения.

Для декартовой системы координат

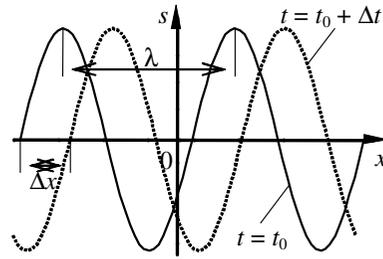


Рисунок 14 – График плоской одномерной бегущей волны  $\Delta x = v_\phi \Delta t$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Волновое уравнение в одномерном случае

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v_\phi^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}.$$

Общее решение волнового уравнения в одномерном случае

$$s = f_1(x - v_\phi t) + f_2(x + v_\phi t),$$

где  $f_1$  и  $f_2$  – произвольные функции.

*Поток энергии* – отношение энергии, переносимой волной через некоторую поверхность, к соответствующему интервалу времени.

*Плотность потока энергии* – векторная величина, численно равная отношению потока энергии через площадку, перпендикулярную направлению переноса энергии, к площади площадки. Направление совпадает с направлением переноса энергии.

*Интенсивность волны* – среднее значение модуля плотности потока энергии.

*Волновой пакет* – волна, для которой в каждый момент времени колебания происходят только в ограниченной области пространства.

*Принцип суперпозиции* (для волн) – при распространении в среде нескольких волн, каждая из них распространяется так, как будто другие отсутствуют, а результирующее смещение равно геометрической сумме смещений, соответствующих каждой волне.

*Групповая скорость* – скорость перемещения тех точек волнового пакета, которым соответствует максимум энергии колебаний (скорость переноса энергии).

Групповая скорость и ее связь с фазовой

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda}.$$

*Дисперсия* (для упругих волн) – ряд явлений, основанный на зависимости фазовой скорости от длины волны.

Если фазовая скорость растет при увеличении длины волны, то дисперсия называется нормальной:

$$\frac{dv_\phi}{d\lambda} > 0, \quad v_{гр} < v_\phi.$$

При этом наблюдается относительно слабое поглощение волн при прохождении через вещество.

Если фазовая скорость убывает при увеличении длины волны, то дисперсия называется аномальной:

$$\frac{dv_{\phi}}{d\lambda} < 0, \quad v_{гр} > v_{\phi}.$$

При этом наблюдается относительно сильное поглощение волн при прохождении через вещество.

*Интерференция* (для упругих волн) – усиление в одних точках

и ослабление в других точках амплитуды результирующих колебаний при наложении двух (или более) когерентных волн.

*Когерентные волны* – волны, для которых разность фаз их колебаний остается постоянной с течением времени.

*Стоячие волны* – синфазные колебания точек пространства, для которых амплитуда является периодической функцией координаты.

*Узлы* – точки, в которых амплитуда стоячей волны имеет минимальное значение.

*Пучности* – точки, в которых амплитуда стоячей волны имеет максимальное значение.

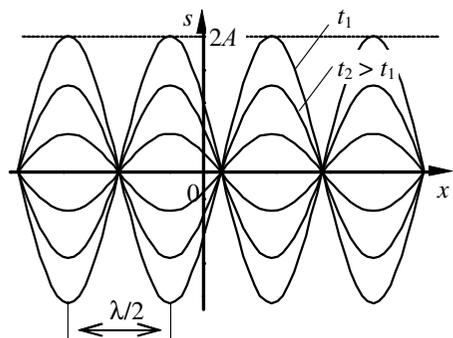


Рисунок 15 – График стоячей волны

Уравнение одномерной стоячей волны, образующейся при наложении двух встречных бегущих гармонических волн с одинаковыми амплитудами (рисунок 15),

$$y = 2A \cos(\omega t) \cos(kx),$$

где  $A$  – амплитуды двух встречных плоских бегущих гармонических волн, при интерференции которых обра-

зуется стоячая волна;  $\omega$  и  $k$  – соответственно их круговые частоты и волновые числа.

Амплитуда стоячей волны

$$A_{ст} = 2A |\cos(kx)|.$$

Расстояние между соседними узлами (расстояние между соседними пучностями)

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}.$$

*Звуковые волны* – упругие волны, воспринимаемые человеком (среднестатистическим).

Скорость звука в газе (при допущении, что процессы, протекающие в газе при распространении упругих волн, являются достаточно быстрыми и поэтому их можно приближенно считать адиабатными)

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где  $\gamma$  – постоянная адиабаты;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура;  $\mu$  – молярная масса газа.

Скорость упругих продольных волн в твердом теле

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $\rho$  – плотность вещества. Для поперечных волн скорость задается аналогичным выражением с заменой модуля Юнга на модуль сдвига соответствующего материала ( $G$ ).

Объемная плотность энергии упругой бегущей гармонической волны

$$w = \rho \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \phi_0),$$

где  $\rho$  – плотность вещества.

Плотность потока энергии упругой волны

$$w = \rho v_{\phi} \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx + \phi_0),$$

Интенсивность упругой волны

$$I = \frac{1}{2} \rho v_{\phi} \omega^2 A^2.$$

Зависимость амплитуды незатухающей сферической волны от расстояния до ее источника

$$A \sim \frac{1}{r}.$$

Связь громкости звука с его интенсивностью

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0},$$

где  $I_0 = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>.

*Эффект Доплера* (для упругих волн) – изменение частоты волн, воспринимаемых приемником при движении источника и приемника относительно упругой среды.

Частота, воспринимаемая приемником при относительном движении источника и приемника сигнала (эффект Доплера для упругих волн),

$$\nu = \nu_0 \frac{v_x - v_{\text{пр},x}}{v_x - v_{\text{ист},x}},$$

где  $\nu_0$  – частота сигнала, испускаемая источником;  $v_x$ ,  $v_{\text{пр},x}$  и  $v_{\text{ист},x}$  – соответственно проекции скоростей распространения сигнала (скорости волны), движения источника и движения приемника на ось, проходящую через источник и приемник (ось  $x$ ). Все скорости рассматриваются в системе отсчета, связанной с упругой средой, по которой распространяются волны.

При выполнении условия  $v_{\text{ист}} \geq v_{\text{ф}}$  (сверхзвуковое движение) при движении источника образуется ударная волна, получающаяся в результате сложения сферических звуковых волн, испускаемых источником во время движения (рисунок 16)

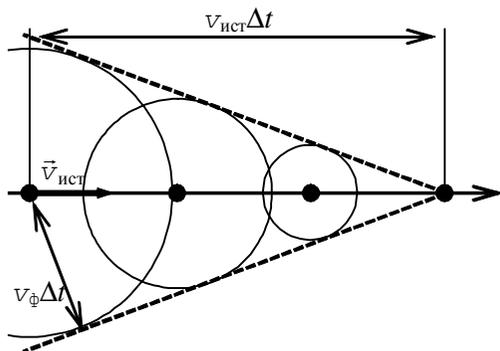


Рисунок 16 – Образование ударной волны при сверхзвуковом движении

*Электромагнитные волны* – распространение в пространстве пе-

ременного электромагнитного поля.

*Волновая зона излучения диполя* – область пространства, для которой расстояние от диполя во много раз превышает длину волны излучения.

*Металлический волновод* – труба, вдоль которой могут распространяться электромагнитные волны.

Критическая длина волны для металлического волновода

$$\lambda_{\text{кр}} = 2a,$$

где  $a$  – расстояние между противоположными стенками волновода.

*Эффект Доплера* (для электромагнитных волн) – изменение частоты волн, воспринимаемых приемником при относительном движении источника и приемника.

*Продольный эффект Доплера* (для электромагнитных волн) – изменение частоты волн, воспринимаемых приемником при относительном движении источника параллельно линии, соединяющей его с приемником.

Частота, воспринимаемая приемником при продольном эффекте Доплера для электромагнитных волн в вакууме,

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}},$$

где  $v$  – относительная скорость источника электромагнитных волн и их приемника;  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме.

*Поперечный эффект Доплера* (для электромагнитных волн) – уменьшение частоты волн, воспринимаемых приемником при относительном движении источника перпендикулярно линии, соединяющей его с приемником.

Частота, воспринимаемая приемником при поперечном эффекте Доплера для электромагнитных волн,

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Волновое уравнение для плоской электромагнитной волны

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2},$$

где  $E_y$  – напряженность электрической составляющей;  $\epsilon$ ,  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды;  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные.

Фазовая скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n},$$

где  $n$  – показатель преломления среды.

В плоской электромагнитной волне модули напряженностей связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} |\vec{E}| = \sqrt{\mu_0 \mu} |\vec{H}|,$$

где  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  – напряженности электрического и магнитного полей.

Объемная плотность энергии электромагнитной волны

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} E H.$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля (вектор Пойнтинга) (рисунок 17)

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}].$$

Зависимость амплитуд дипольного излучения от расстояния (рисунок 18)

$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r},$$

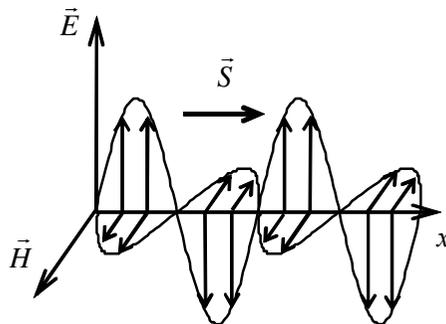


Рисунок 17 – Плоская электромагнитная волна

где  $E_m$  и  $H_m$  – амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей соответственно;  $r$  – расстояние от излучающего диполя.

Зависимость амплитуды дипольного излучения от угла

$$E_m \sim H_m \sim \sin \theta,$$

где  $\theta$  – угол между направлением излучения и осью диполя.

Зависимость мощности излучения от ускорения заряда

$$P \sim a_m^2,$$

где  $a_m$  – ускорение заряда (при колебаниях – максимальное значение ускорения).

Зависимость мощности излучения диполя от циклической частоты

$$P \sim \omega^4.$$

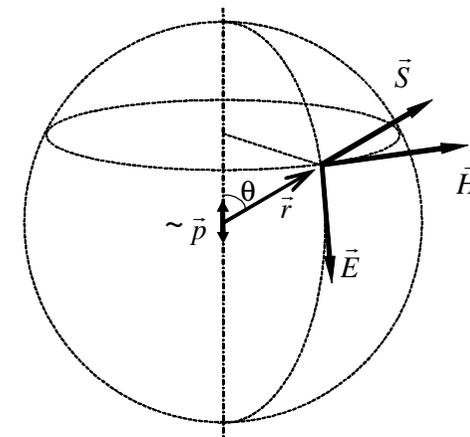


Рисунок 18 – Дипольное излучение

## Список рекомендуемой литературы

### Основная

- 1 Савельев, И. В. Курс общей физики. Т.2/И. В. Савельев. – М.: Наука, 1987. – 496 с.
- 2 Детлаф, А. А. Курс физики/А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.
- 3 Трофимова, Т. И. Курс физики/Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1990. – 478 с.
- 4 Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики для втузов/Т. И. Трофимова. – М., 2003. – 303 с.
- 5 Чертов, А. Г. Задачник по физике/А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1988. – 526 с.

*Дополнительная*

- 1 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики/В. С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1988. – 381 с.
- 2 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике/И. В. Савельев. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
- 3 **Чертов, А. Г.** Физические величины/А. Г. Чертов. – М.: Высш. шк., 1990. – 315 с.
- 4 **Сена, Л. И.** Единицы физических величин и их размерности/Л. И. Сена. – М.: Наука, 1988. – 432 с.
- 5 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике/Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
- 6 **Кухлинг, Х.** Справочник по физике/Х. Кухлинг. – М.: Мир, 1985. – 520 с.
- 7 Сборник задач по физике/ под ред. М. С. Цедрика. – Мн.: Высш. шк., 1976. – 320 с.
- 8 Физика: задания к практическим занятиям/ под ред. Ж. П. Лагутиной. – Мн.: Высш. шк., 1981.— 318 с.
- 9 **Новодворская, Е.М.** Методика проведения упражнений по физике во втузе/Е.М. Новодворская, Э.М. Дмитриева. – М.: Высш. шк., 1981. – 318 с.
- 10 **Иродов, И.Е.** Задачи по общей физике/И.Е. Иродов. – М.: Наука, 1988.– 416 с.
- 11 **Фирганг, Е.В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики/Е.В. Фирганг. – М.: Высш. шк., 1977. – 351 с.